

**DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1**

DATE : 07 DECEMBRE 2011

CLASSES : 4<sup>EME</sup> ECONOMIE ET GESTION

DUREE : 2 HEURES

Le sujet comporte 2 pages numérotées de 1/2 à 2/2.

La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

**Exercice 1 : QCM (3 points)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte vaut 0.75 point, une réponse fautive ou l'absence de réponse vaut 0 point.



tuniTests.tn

نجاحك بهمنا

1) La fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2\sqrt{x}$  est dérivable sur  $]0, +\infty[$  et on a :

a)  $f'(x) = 2x\sqrt{x}$

b)  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$

c)  $f'(x) = \frac{5}{2}x\sqrt{x}$

2) Soit  $A$  une matrice de dimension  $3 \times 2$  et  $B$  une matrice de dimension  $3 \times 3$  alors le produit de  $A$  par  $B$ a) est une matrice de dimension  $3 \times 2$     b) est une matrice de dimension  $2 \times 3$     c) n'est pas définie

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

a) est égale à  $-\infty$ 

b) est égale à 0

c) est égale à  $+\infty$ 4) Soit  $f$  une fonction continue sur  $[0,5]$  tel que  $f([0,5]) = [2,5]$  alors l'équation  $f(x) = 0$  possède sur  $[0,5]$ 

a) au moins une solution

b) Une seule solution

c) aucune solution

**Exercice 2 : (4,5 points)**

On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de  $A$  et en déduire que  $A$  est inversible.b) Calculer  $A \times B$ .c) En déduire  $A^{-1}$  la matrice inverse de  $A$ .2) Soit le système (S) : 
$$\begin{cases} -3x + 5y + 6z = 4 \\ -x + 2y + 2z = -7 \\ x - y - z = 8 \end{cases}$$

a) Donner l'écriture matricielle du système (S)

b) Résoudre alors le système (S)

**Exercice 3 : (5,5 points)**

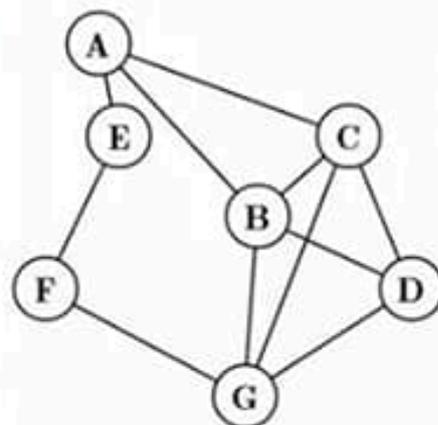
Une société de transport publique mobilise ses bus pour assurer le déplacement des élèves et des étudiants entre sept stations A, B, C, D, E, F et G. Le graphe  $\Delta$  ci-contre représente les différentes stations ainsi que les itinéraires possibles.

1) a) Justifier que le graphe  $\Delta$  est connexe.

b) Ce graphe est-il complet ? justifier.

c) Quel est l'ordre du plus grand sous-graphe complet de  $\Delta$  ?

2) Pour mieux visualiser sur une carte les différentes stations, on veut les colorier de telle sorte que deux stations adjacentes ne soient pas de même couleur.

a) Donner un encadrement du nombre chromatique  $\gamma(\Delta)$ . Justifier la réponse.b) Proposer un coloriage du graphe en utilisant l'algorithme de Welsh et Powell. En déduire la valeur de  $\gamma(\Delta)$ .

3) a) Compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré							

b) Le chauffeur d'un bus prétend qu'il peut emprunter tous les tronçons de route en parcourant une et une seule fois chacun d'eux. A-t-il raison ? pourquoi ? Si oui citer un trajet de ce type.

### Exercice 4 : (7 points)

La courbe  $\mathcal{C}_f$  donnée dans la figure ci-contre représente une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $]-1; +\infty[$ .

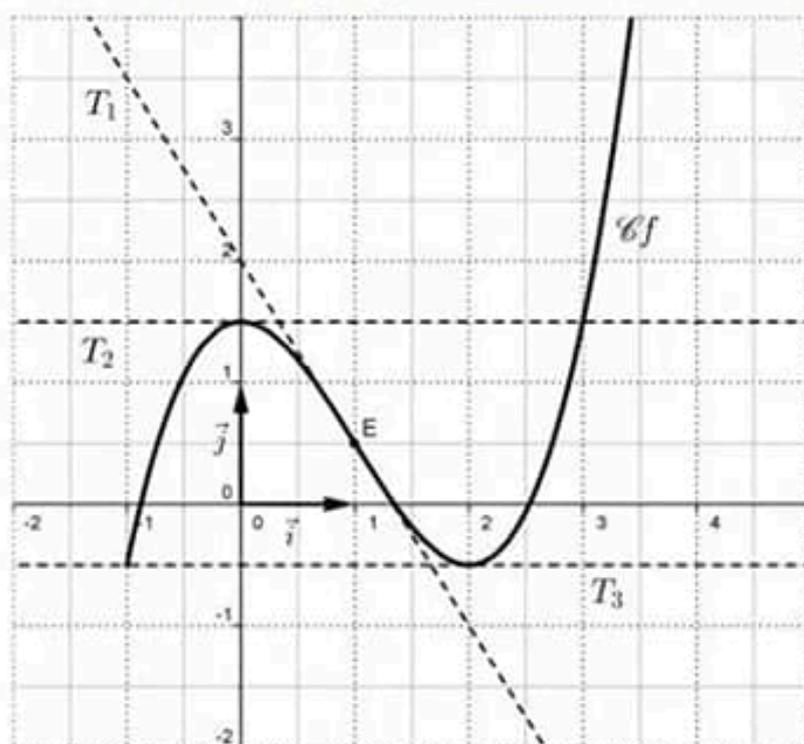
Cette courbe est tracée dans un repère orthonormé.

On a représenté également les tangentes  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  à  $\mathcal{C}_f$  aux points d'abscisses respectives 1, 0 et 2.



tuniTests.tn

نجاحك يهمنا



#### Partie A

Dans cette partie, les réponses seront obtenues par lecture graphique.

- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Déterminer les valeurs de  $f(0)$ ,  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f(2)$  et  $f'(2)$
- Dresser le tableau de variation de  $f$ .

#### Partie B

La fonction  $f$  étudiée dans la partie A est définie par  $f(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 3)$ .

- Etudier la continuité de  $f$  sur  $]-1; +\infty[$ .
- a) Justifier pourquoi l'équation  $f(x) = 0$  possède une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0, 2]$ . (une justification graphique ne sera pas acceptée).  
b) Montrer que  $1,34 \leq \alpha \leq 1,35$
- a) Montrer que pour tout  $x \in ]-1; +\infty[$  on a  $f(x) - f(-1) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2$   
b) La fonction  $f$  est-elle dérivable à droite en  $-1$  ? justifier
- Montrer que  $f$  est dérivable sur  $]-1; +\infty[$  et calculer sa fonction dérivée  $f'$ .



tuniTests.tn

نجاحك يهمنا